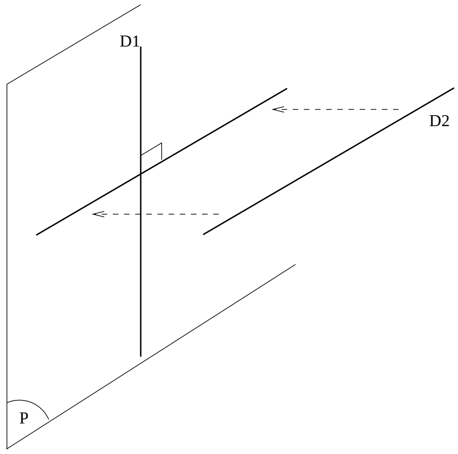
Orthogonalité dans l'espace

I Orthogonalité de deux droites

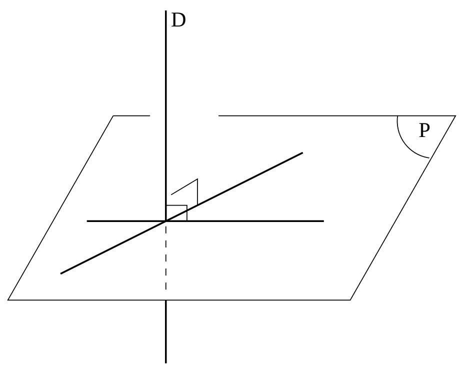
Définition Deux droites D_1 et D_2 sont dites orthogonales si et seulement si on peut trouver une parallèle à D_2 qui soit à la fois dans le même plan que D_1 et perpendiculaire à D_1.



On démontre alors que : si deux droites sont parallèles alors toute droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre (exactement comme en géométrie plane).

II Orthogonalité d'une droite et d'un plan

Définition Une droite D est orthogonale à un plan P si et seulement si D est orthogonale à deux droites sécantes contenues dans le plan P.



Conséquence : D est alors orthogonale à toutes les droites contenues dans le plan P.

Théorème 1 : Si deux plans P et Q sont parallèles alors toute droite orthogonale à P est aussi orthogonale à Q.

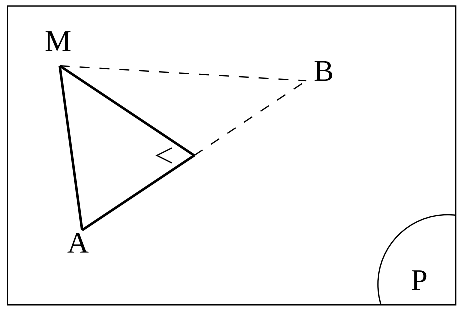
Théorème 1 (réciproque) : Si une droite D est orthogonale à la fois au plan P et au plan Q alors ces deux plans sont parallèles.

Théorème 2 : si deux droites sont parallèles alors tout plan orthogonal à l'une est orthogonal à l'autre.

Théorème 2 (réciproque) : si deux droites sont toutes les deux orthogonales à un même plan alors ces droites sont parallèles.

III Plan médiateur

Théorème et définition Soient deux points A et B. On démontre que l'ensemble des points M qui se trouvent à égale distance de A et de B forme un plan. On appelle ce plan le plan médiateur du segment $[A, B]$.



Théorème : le plan médiateur du segment $[A, B]$ est orthogonal à la droite (A, B) et il passe par le milieu de $[A, B]$.

IV Volumes de quelques solides

Parallélépipède rectangle (ou pavé) de côtés a, b, c :

$$V = a \times b \times c$$

Cylindre de hauteur h et de rayon R :

$$V = h \times \pi R^2$$

Pyramide de hauteur h et dont l'aire de la base est B :

$$V = \frac{1}{3} B \times h$$

Cône de hauteur h et dont la base a pour rayon R :

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 \times h$$

(valable même si le cône n'est pas un cône droit)

Sphère de rayon R :

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

(attention, ne pas confondre avec la surface de la sphère qui vaut $4\pi R^2$)

Fiche associée au module 29